

Зовнішнє незалежне оцінювання 2021 року з математики
(додаткова сесія)

Схеми оцінювання завдань відкритої форми з розгорнутою відповіддю

30. Задано функцію $y = x^3 - 12x$.

1. Для наведених у таблиці значень аргумента x визначте відповідні їм значення y .

x	y
-1	
0	
2	

2. Визначте й запишіть координати точок перетину графіка функції $y = x^3 - 12x$ із віссю x .
3. Знайдіть похідну f' функції $f(x) = x^3 - 12x$.
4. Визначте нулі функції f' .
5. Визначте проміжки зростання і спадання, точки екстремуму й екстремуми функції f .
6. Побудуйте ескіз графіка функції f .

Відповідь:

1. Якщо $x = -1$, то $y = 11$,
 $x = 0$, то $y = 0$,
 $x = 2$, то $y = -16$.
2. $(0; 0)$; $(-2\sqrt{3}; 0)$; $(2\sqrt{3}; 0)$.
3. $f'(x) = 3x^2 - 12$.
4. $x_1 = 2$; $x_2 = -2$.
5. Проміжки зростання: $(-\infty; -2]$, $[2; +\infty)$;
проміжок спадання: $[-2; 2]$;
точки екстремуму: $x_{\max} = -2$; $x_{\min} = 2$;
екстремуми: $f_{\max} = 16$; $f_{\min} = -16$.
- 6.

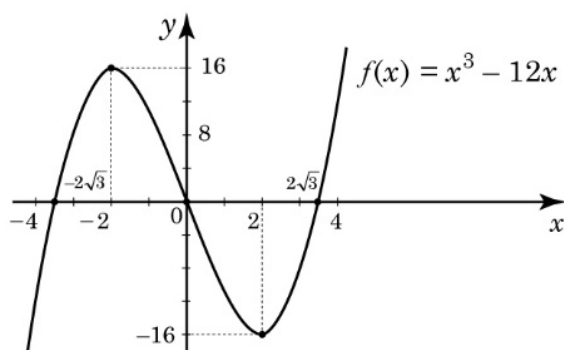


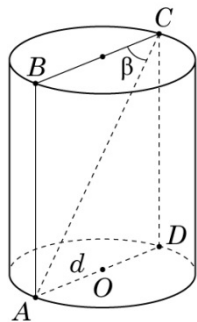
Схема оцінювання

1. Якщо учасник/ця правильно визначив/ла відповідні значення y , то отримує **1 бал**.
2. Якщо учасник/ця правильно визначив/ла й записав/ла координати точок перетину графіка функції з віссю x , то отримує ще **1 бал**.
3. Якщо учасник/ця правильно знайшов/ла похідну f' функції $f(x) = x^3 - 12x$, то отримує ще **1 бал**.
4. Якщо учасник/ця правильно визначив/ла нулі функції f' , то отримує ще **1 бал**.
5. Якщо учасник/ця правильно визначив/ла проміжки зростання і спадання, точки екстремуму й екстремуми функції f , то отримує ще **1 бал**.
6. Якщо учасник/ця правильно побудував/ла ескіз графіка функції f , то отримує ще **1 бал**.

31. Осьовим перерізом циліндра є прямокутник $ABCD$, сторона AD якого лежить у нижній основі циліндра. Діагональ AC перерізу утворює з площиною верхньої основи циліндра кут β . Діаметр основи циліндра дорівнює d .

1. Зобразіть на рисунку заданий циліндр і його осьовий переріз $ABCD$.
2. Укажіть кут β , що утворює пряма AC з площиною верхньої основи циліндра.
3. Визначте об'єм циліндра.

Відповідь: 1–2.



$$3. V = \frac{\pi d^3 \operatorname{tg} \beta}{4}.$$

Схема оцінювання

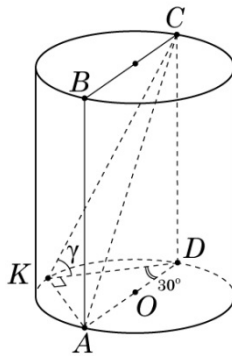
1. Якщо учасник/ця правильно зобразив/ла на рисунку заданий циліндр і його осьовий переріз $ABCD$, то отримує **1 бал**.
2. Якщо учасник/ця правильно вказав/ла кут β , що утворює пряма AC із площиною верхньої основи циліндра, то отримує ще **1 бал**.

3. Якщо учасник/ця правильно визначив/ла довжину висоти циліндра, то отримує ще **1 бал**.
4. Якщо учасник/ця правильно визначив/ла об'єм циліндра, то отримує ще **1 бал**.

32. Осевим перерізом циліндра є прямокутник $ABCD$, сторона AD якого лежить у нижній основі циліндра. Діагональ AC перерізу утворює з площиною верхньої основи циліндра кут β . Діаметр основи циліндра дорівнює d . На колі нижньої основи вибрано точку K так, що відрізок AK видно з точки D під кутом 30° .

1. Зобразіть на рисунку заданий циліндр і вкажіть кут γ між площиною $(СКА)$ і площиною нижньої основи. Обґрунтуйте його положення.
2. Визначте кут γ .

Відповідь: 1.



$$2. \gamma = \arctg \left(\frac{2 \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{3}} \right)$$

Схема оцінювання

1. Якщо учасник/ця правильно зобразив/ла на рисунку заданий циліндр, указав/ла кут γ між площиною $(СКА)$ і площиною нижньої основи циліндра й обґрунтував/ла його положення, то отримує **1 бал**.
2. Якщо учасник/ця правильно визначив/ла кут γ , то отримує ще **1 бал**.

33. Доведіть тотожність $\frac{6a^2 + 20a - 16}{a + 4} = \frac{2 - 3a}{\sin 330^\circ}$.

Схема оцінювання

1. Якщо учасник/ця показав/ла, що $6a^2 + 20a - 16 = (a + 4)(6a - 4)$, то отримує **1 бал**.
2. Якщо учасник/ця вказав/ла, що $\sin 330^\circ = -\frac{1}{2}$, то отримує ще **1 бал**.

3. Якщо учасник/ця довів/ла, що задана рівність є тотожністю, то отримує ще **1 бал**.

34. Задано систему рівнянь
$$\begin{cases} ax^2 + ax + 3^{2+y^2} = 27, \\ x + 3^{1+y^2} = 8, \end{cases}$$
 де x, y – змінні, a – стала.

1. Розв'яжіть цю систему, якщо $a = 0$.

2. Визначте всі розв'язки заданої системи залежно від значень a .

Відповідь:

1. $(-1; -1)$ і $(-1; 1)$.

2. якщо $a \in [0; 0,6)$, то розв'язками системи є $(-1; -1)$ і $(-1; 1)$;

якщо $a \in (-\infty; 0) \cup [0,6; +\infty)$, то розв'язками системи є

$$(-1; -1), (-1; 1), \left(\frac{3}{a}; \sqrt{\log_3 \frac{8a-3}{3a}} \right) \text{ і } \left(\frac{3}{a}; -\sqrt{\log_3 \frac{8a-3}{3a}} \right).$$

Схема оцінювання

1. Якщо учасник/ця розв'язав/ла систему у випадку, коли $a = 0$, то отримує **1 бал**.

2. Якщо учасник/ця отримав/ла рівняння $ax^2 + (a-3)x - 3 = 0$ (або відповідне рівняння відносно 3^{y^2}), то отримує ще **1 бал**.

3. Якщо учасник/ця визначив/ла корені $x_1 = -1$ та $x_2 = \frac{3}{a}$ рівняння $ax^2 + (a-3)x - 3 = 0$ (або корені відповідного рівняння), то отримує ще **1 бал**.

4. Якщо учасник/ця визначив/ла розв'язки $(-1; -1)$ і $(-1; 1)$ системи за $a \in (-\infty; +\infty)$, то отримує ще **1 бал**.

5. Якщо учасник/ця визначив/ла розв'язки $\left(\frac{3}{a}; \sqrt{\log_3 \frac{8a-3}{3a}} \right)$ і $\left(\frac{3}{a}; -\sqrt{\log_3 \frac{8a-3}{3a}} \right)$ системи за $a \in (-\infty; 0) \cup [0,6; +\infty)$, то отримує ще **1 бал**.

6. Якщо учасник/ця правильно записав/ла відповідь, то отримує ще **1 бал**.

Зауваження:

1. Якщо учасник/ця визначив/ла розв'язки системи $(-1; -1)$, $(-1; 1)$,

$\left(\frac{3}{a}; \sqrt{\log_3 \frac{8a-3}{3a}} \right)$ і $\left(\frac{3}{a}; -\sqrt{\log_3 \frac{8a-3}{3a}} \right)$ без зазначення обмежень на a , то за

пункти 4 і 5 сумарно отримує **1 бал**.

2. Якщо учасник виокремив/ла випадок/ки $a = -3$ та/або $a = 0,6$, коли певні розв'язки системи збігаються, то це не впливає на оцінювання розв'язання завдання.

УВАГА!

Завдання, на яке надано правильну відповідь, але розв'язання не наведено, оцінюють у 0 балів.

Завдання, розв'язання якого не відповідає умові, оцінюють у 0 балів

Ухвалено на засіданні предметної фахової комісії з математики
при Українському центрі оцінювання якості освіти
09 липня 2021 р.